Corrigés des exercices

maîtriser le cours (page 253)

1. Listes d'éléments d'un ensemble

1 *Corrigé dans le manuel.*

2 **a)** $\frac{6}{5}$; **b)** $\frac{5\times4\times3\times2}{8\times9\times10} = \frac{1}{6}$; **c)** 0 .

3 **a)** 20 ; **b)** 126 ; **c)** 84 .

4 **a)** $(n+1)n$; **b)** $(2n+1)(2n)$;
c) $\frac{n}{(n+1)!}$; **d)** $\frac{1}{n(n+1)}$.

5 $A = \frac{10!}{3!}$; $B = \frac{9!}{3!4!}$; $C = \frac{(n+2)!}{(n-1)!}$.

6
(a, b, c, d) (a, c, b, d) (a, d, b, c)
(a, b, d, c) (a, c, d, b) (a, d, c, b)
(b, a, c, d) (b, c, a, d) (b, d, a, c)
(b, a, d, c) (b, c, d, a) (b, d, c, a)
(c, a, b, d) (c, b, a, d) (c, d, a, b)
(c, a, d, b) (c, b, d, a) (c, d, b, a)
(d, a, b, c) (d, b, c, a) (d, c, a, b)
(d, a, c, b) (d, b, a, c) (d, c, b, a)

7 **1.** Choix successifs sans remise : $12! = 479\ 001\ 600$.
2. $8! = 40\ 320$.

8 *Corrigé dans le manuel.*

9 **1.** $5! = 120$.
2. $2\times4\times3\times2\times1 = 48$.
3. Il y a sept lettres, donc 7! anagrammes, mais la présence de deux E signifie qu'il n'y a que $\frac{7!}{2}$ anagrammes différents. Donc $\frac{7!}{2} = 2\ 520$.

Note : S'il y a trois lettres identiques, on divise par 3! .

10 **1.** $15\times14\times13 = 2\ 730$. **2.** $3! - 1 = 5$.

11 Il y a douze signes.
Donc 12^5 possibilités, soit 248 832 possibilités.

12 **1.** $3\times2\times1 = 6$. **2.** $3\times3\times3 = 27$.

13 **1.** 0 . **2.** $5^4 = 625$.

14 **1.** $10\times10\times10\times26\times26 = 676\ 000$.
2. $1\times10\times10\times26\times26 = 67\ 600$.
3. $10\times1\times1\times26\times26 = 6\ 760$.
4. $10\times10\times10\times26\times1 = 26\ 000$.

2. Combinaisons

15 $A = 15$; $B = 495$; $C = \frac{1}{4}$; $D = \frac{25}{14}$;
$E = \frac{1}{10}$; $F = 56$; $G = 1$.

16 *Corrigé dans le manuel.*

17 **a)** $\frac{n(n-1)}{2} = 36 \Leftrightarrow n^2 - n - 72 = 0$, $n \geqslant 2$
$\Leftrightarrow n = 9$ ou $n = -8$ et $n \geqslant 2$.
Donc $n = 9$ est la seule valeur possible.
b) $\frac{3(n)(n-1)(n-2)(n-3)}{4\times3\times2} = 14\times\frac{n(n-1)}{2}$ et $n \geqslant 4$
$\Leftrightarrow n(n-1)\left[\frac{(n-2)(n-3)}{8} - 7\right] = 0$ et $n \geqslant 4$
$\Leftrightarrow n = 0$ ou $n = 1$ ou $n^2 - 5n - 50 = 0$ et $n \geqslant 4$
$\Leftrightarrow n = 0$ ou $n = 1$ ou $n = 10$ ou $n = -5$ et $n \geqslant 4$.
Donc $n = 10$.

18 **1.** $\binom{6}{3} = 20$.
2. $\{a, b, c\}$; $\{a, b, d\}$; $\{a, b, e\}$; $\{a, b, f\}$;
$\{a, c, d\}$; $\{a, c, e\}$; $\{a, c, f\}$; $\{a, d, e\}$;
$\{a, d, f\}$; $\{a, e, f\}$; $\{b, c, d\}$; $\{b, c, e\}$;
$\{b, c, f\}$; $\{b, d, e\}$; $\{b, d, f\}$; $\{b, e, f\}$;
$\{c, d, e\}$; $\{c, d, f\}$; $\{c, e, f\}$; $\{d, e, f\}$.

19 $\binom{20}{3} = 1\ 140$.

20 *Corrigé dans le manuel.*

21 **1.** $\binom{12}{2} = 66$ droites .
2. $12\times11 = 132$ vecteurs .
3. $\binom{12}{3} = 220$ triangles .

22 **1.** $16\times15\times14\times13 = 43\ 680$.
2. $\binom{16}{4} = 1\ 820$.

23 **1.** $\binom{32}{2} = 16\times31 = 496$.
2. $\binom{17}{1}\times\binom{15}{1} = 17\times15 = 255$.
3. $\binom{15}{2} = 105$; $\binom{17}{2} = 136$.

24 **1.** $\binom{29}{4} = 23\ 751$.
2. $\binom{15}{2}\times\binom{14}{2} = 9\ 555$.

25 **1.** $\binom{49}{6} = 13\ 983\ 816$.
2. $\binom{43}{6} = 6\ 096\ 454$.

3. Propriétés des $\binom{n}{p}$
4. Formule du binôme

26 Le nombre de choix de cinq cases est le même que le nombre de choix de vingt cases noires, car $20 = 25 - 5$ et $\binom{25}{5} = \binom{25}{20}$.

27 a) $16 + 32x + 24x^2 + 8x^3 + x^4$.
b) $1 - 5x + 10x^2 - 10x^3 + 5x^4 - x^5$.

28 a) $64x^6 + 192x^5 + 240x^4 + 160x^3 + 60x^2 + 12x + 1$.
b) $1 - 14x + 84x^2 - 280x^3 + 560x^4 - 672x^5 + 448x^6 - 128x^7$.

29 a) $32x^5 + 80x^4y + 80x^3y^2 + 40x^2y^3 + 10xy^4 + y^5$.
b) $16x^4 - 16x^3 + 6x^2 - x + \dfrac{1}{16}$.

30 a) $1 + 3 \times 2i + 3 \times (2i)^2 + (2i)^3 = 1 + 6i - 12 - 8i = -11 - 2i$.
b) $16 - 4 \times 8 \times i + 6 \times 4 \times i^2 - 4 \times 2 \times i^3 + i^4 = -7 - 24i$.

31 $5^n = (4+1)^n = 4^n + \binom{n}{1}4^{n-1} + \binom{n}{2}4^{n-2} + \dots + \binom{n}{n-1}4 + 1$
$= 4 \times \mathrm{K} + 1$.

pour apprendre à chercher (page 255)

32 Dénombrer sur un quadrillage

<u>Les outils :</u>
- Les combinaisons.

<u>Les objectifs :</u>
- Savoir imaginer une méthode pour dénombrer.

1. Le quadrilatère obtenu a ses côtés parallèles, et possède un angle droit donc c'est un rectangle.
2. a) Si on prend un rectangle, il est associé à un ensemble de deux droites verticales et de droites horizontales. Donc il y a autant de rectangles que de choix d'ensembles de deux droites verticales et d'ensembles de deux droites horizontales.
b) Pour chaque choix : $\binom{6}{2} = 15$ façons.
c) Il y a donc $15 \times 15 = 225$ rectangles.
3. On choisit un point parmi trente-six possibles, puis le sommet opposé pour lequel il n'y a que vingt-cinq choix (il faut que ce sommet ne soit pas sur la verticale et l'horizontale passant par le premier sommet). De plus, chaque rectangle ainsi obtenu est compté quatre fois.
D'où le résultat : $36 \times 25 \times \dfrac{1}{4} = 225$.

33 Démontrer une formule

<u>Les outils :</u>
- Les combinaisons.
- La formule du binôme.

<u>Les objectifs :</u>
- Savoir mettre en œuvre différents moyens pour démontrer une formule.

Première solution
1. $\mathrm{E} = \mathrm{A} \cup \mathrm{B}$, $(\mathrm{A} \cap \mathrm{B} = \varnothing)$,
$n(\mathrm{A}) = a$, $n(\mathrm{B}) = b$, $n(\mathrm{E}) = a + b$.
Tout sous-ensemble de E à p éléments en contient k qui appartiennent à A ; donc $p - k$ appartiennent à B. On choisit k éléments de A parmi a et $p - k$ éléments de B parmi b, k entier naturel de 0 à p. Ceci est possible car $k \leqslant p$ et donc $k \leqslant a$ et $0 \leqslant p - k \leqslant p$, donc $p - k \leqslant b$.
2. En dénonbrant de deux façons :
$$\underbrace{\binom{a}{0}\times\binom{b}{p}}_{k=0}+\underbrace{\binom{a}{1}\times\binom{b}{p-1}}_{k=1}+\dots+\binom{a}{k}\times\binom{b}{p-k}+\dots+\underbrace{\binom{a}{p}\times\binom{b}{0}}_{k=p}=\binom{a+b}{p}.$$

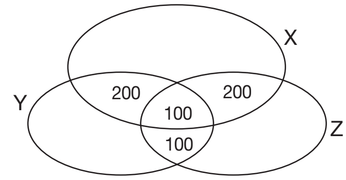
Deuxième solution
1. • Le coefficient de x^p pour le premier membre provient des produits $x^k \times x^{p-k}$ issus de $(1+x)^a$ et de $(1+x)^b$ pour $k = 1, 2, \dots, n$.
Le coefficient de x^k dans $(1+x)^a$ est $\binom{a}{k}$, celui de x^{p-k} dans $(1+x)^b$ est $\binom{b}{p-k}$.
Donc le coefficient de $x^k \times x^{p-k}$ est $\binom{a}{k}\times\binom{b}{p-k}$; en additionnant ces coefficients, on obtient celui de x^p soit : $\binom{a}{0}\times\binom{b}{p}+\binom{a}{1}\times\binom{b}{p-1}+\dots+\binom{a}{p}\times\binom{b}{0}$.
• $\binom{a+b}{p}$ est le coefficient de x^p du second membre.
2. D'où l'égalité par identification des coefficients.

pour progresser (page 256)

Dénombrement

34 On appelle D l'ensemble des germanistes, E l'ensemble des anglicistes. Alors :
$n(\mathrm{D} \cup \mathrm{E}) = n(\mathrm{D}) + n(\mathrm{E}) - n(\mathrm{D} \cap \mathrm{E}) = 60 - 18 = 42$;
$n(\overline{\mathrm{D} \cup \mathrm{E}}) = 45 - 42 = 3$.

35 Un diagramme éclaire la situation : il y a 100 personnes qui lisent les trois revues, ou encore :
$$n(\mathrm{X} \cap \mathrm{Y} \cap \mathrm{Z}) = 100.$$
On identifie les lecteurs aux revues.



1. Soit on complète le schéma, soit on traduit à l'aide d'ensembles.

Deux revues uniquement (deux au moins mais pas trois) :
- avec X et Y : 20 %, donc 200 ;
- avec Y et Z : 10 %, donc 100 ;
- avec X et Z : 20 %, donc 200 ;

soit 500 personnes.

2. Il faut dénombrer ceux qui ne lisent qu'une seule revue :
- X : $600 - (200 + 200 + 100) = 100$;
- Y : $500 - (200 + 100 + 100) = 100$;
- Z : $500 - (200 + 100 + 100) = 100$.

Donc 100 personnes lisent les trois revues, 500 deux et 300 une seule, donc 100 personnes ne lisent aucune des trois revues.

36 **1.** $6 \times 6 \times 6 = 216$ résultats possibles.
2. $6 \times 1 \times 1 = 6$ résultats possibles.
3. $6 \times 5 \times 4 = 120$ résultats possibles.
4. Cela signifie que deux sont les mêmes et que le troisième est différent : $a\,a\,b$, $a\,b\,a$ ou $b\,a\,a$ avec $a \neq b$, soit $6 \times 1 \times 5 + 6 \times 5 \times 1 + 6 \times 5 \times 1 = 90$.

Note : Choix des résultats et choix des places : il y a ici double choix.

37 **1.** $8^5 = 39\,768$. **2.** $9^5 = 59\,049$. **3.** C'est justifié.

38 $\{d_1, \ldots, d_n\}$; $d_i \cap d_j = \{A\}$ si $i \neq j$.
Il y a autant de points d'intersection que d'ensembles formés de deux droites. (Deux droites qui ne sont pas parallèles déterminent un seul point d'intersection.)
Chaque point d'intersection n'appartient qu'à un seul ensemble de deux droites (trois droites ne pas concourantes).

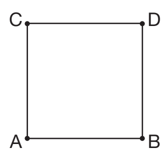
Donc $\binom{n}{2} = \dfrac{n(n-1)}{2}$ est le nombre de points d'intersection.

★**39** *Corrigé dans le manuel.*

★**40** **1.** $2^8 = 256$. **2.** $2^6 = 64$. **3.** $\binom{8}{4} = 70$.

★**41** **1.** Sur la figure ci-contre :

A → C : 1 ,
A → B : 1 ,
A → D : 2 .



2. Pour aller de A à M, il faut cinq instructions dont deux vers le haut, donc :

$$n_1 = \binom{5}{2} = 10 , \; n_2 = \binom{6}{2} = 15 \text{ et } n_2 = \binom{6}{3} = 20 .$$

3. De A à M, il y a dix chemins ; de M à B, il y en a $\binom{11}{2} = 55$ et de A à B qui passent par M, $10 \times 55 = 550$.

★**42** **1.** • *Quinte flush* : pour une couleur donnée, il y en a neuf. Donc $9 \times 4 = 36$ mains .

• *Carré* : il y a $\binom{4}{4}$ façons de prendre quatre cartes d'une valeur donnée; ce choix peut se faire de treize façons; la cinquième carte peut être choisie parmi quarante-huit.
D'où $\binom{4}{4} \times 13 \times 48$ façons d'obtenir un carré (624 mains).

• *Full* : il y a $\binom{4}{3}$ façons de choisir trois cartes d'une valeur donnée et treize choix pour cette valeur; il y a $\binom{4}{2}$ façons de choisir deux cartes d'une valeur donnée pour laquelle il y a douze choix possibles.
D'où $4 \times 13 \times 6 \times 12 = 3\,744$ mains .

• *Quinte* : il y a neuf « hauteurs » de quinte. (Elles peuvent se terminer du 6 à l'as.) Pour toute quinte (par exemple 2, 3, 4, 5, 6), il y a 4^5 choix, mais il faut ôter les quatre quinte flushs. D'où $9 \times (4^5 - 4) = 9\,180$ mains .

• *Brelan* : il y a $\binom{4}{3} = 4$ façons de choisir trois cartes d'une même valeur, et treize choix pour chaque valeur. Les quatrième et cinquième cartes sont prises parmi les douze valeurs restantes, et sont de deux valeurs différentes, donc :

$$\underbrace{\binom{12}{2}}_{\text{choix des deux valeurs}} \times \underbrace{4}_{\text{choix de la couleur de la 4}^{\text{e}}\text{ carte}} \times \underbrace{4}_{\text{choix de la couleur de la 5}^{\text{e}}\text{ carte}}$$

D'où $4 \times 13 \times 66 \times 4 \times 4 = 54\,912$ choix .

Attention : Ne pas faire :

$$\underbrace{48}_{\text{choix de la 4}^{\text{e}}\text{ carte}} \times \underbrace{44}_{\text{choix de la 5}^{\text{e}}\text{ carte}}$$

car on compte deux foix chaque choix.

2. Le principe est respecté.

★**43** **1.** $\binom{52}{13}$; ordre de grandeur : $6{,}36 \times 10^{11}$.

2. $\binom{13}{5} \times \binom{13}{4} \times \binom{13}{3} \times \binom{13}{1} \times \underbrace{4!}_{\text{permutations dans l'ensemble des couleurs}} = 82\,111\,732\,560$.

3. $\binom{13}{5} \times \binom{13}{5} \times \binom{13}{3} \times \underbrace{4}_{\text{choix de la couleur où il y a trois cartes}} \times \underbrace{3}_{\text{choix de la couleur où il n'y en a pas}} = 5\,684\,658\,408$.

Attention : Pour le choix des couleurs, on pourrait choisir les deux couleurs où il y a cinq cartes, donc $\binom{4}{2}$ (et non 4×3), puis celle où il y a trois cartes, donc 2 .

★**44** **1.** $3^5 = 243$. **2.** Une façon.

3. $\underbrace{1 \times 1 \times 1 \times 1}_{\text{bonnes réponses}} \times \underbrace{2}_{\text{mauvaise réponse}} \times \underbrace{5}_{\text{choix de l'item « mauvaise réponse »}} = 10$.

4. $1 \times 1 \times 1 \times 2 \times 2 \times \binom{5}{2} = 40$.

★**45** **1.** Le premier chiffre est différent de zéro, donc il y a :
$$9 \times 9 \times 8 \times 7 = 4\,536 \text{ tels entiers.}$$
2. • Avec le 0 répété trois fois : 9 ;
• avec le 0 qui n'apparaît qu'une fois : $3 \times 9 = 27$;
• sans le 0 : $9 \times 8 \times 4 = 288$.
D'où 324 entiers.
3. Le même problème se pose. Y a-t-il le 0 ou pas ?
• Avec 0, on choisit deux places parmi trois, puis un autre chiffre parmi neuf. Donc $3 \times 9 = 27$ entiers.
• Sans 0, on choisit un ensemble de deux chiffres, puis deux places parmi quatre ; donc $\binom{9}{2} \times \binom{4}{2} = 216$ entiers.
D'où 243 nombres.

★**46** $\binom{8}{2} \times 6 \times 5 \times \binom{4}{3} \times 6 = 20\,160$.

★★**47** Une façon de voir : n joueurs rencontrent n autres joueurs. Le nombre de choix de n joueurs parmi $2n$ est $\binom{2n}{n}$.
À partir de là, on organise les rencontres des n joueurs du groupe A et des n joueurs du groupe B. Il y a $n!$ rencontres possibles.

Cependant, des séries de n rencontres ont été comptabilisées plusieurs fois. En effet, toute permutation d'un élément x qui rencontrait y donne le même premier tour. Ces permutations (2) pour chacune des n rencontres sont au nombre de $2n$, d'où :

$$\frac{\binom{2n}{n}\times n!}{2^n} = \frac{(2n)!}{n!2^n} \text{ rencontres possibles.}$$

Note : On peut dénombrer ainsi. Pour le premier joueur, il y a $2n-1$ choix ; pour le deuxième joueur (ne rencontrant pas le premier), il y a $2n-3$ choix ; … ; donc :

$(2n-1)\times(2n-3)\times(2n-5)\times\ldots\times 3\times 1$ rencontres.

Il faut alors prouver le résultat par récurrence.

Formules sur les combinaisons

48 **1.** $A_3 = (2+\sqrt{3})^3 + (2-\sqrt{3})^3$

$= (8+12\sqrt{3}+6\times 3+\sqrt{3}^3) + (8-12\sqrt{3}+6\times 3-\sqrt{3}^3)$

$= 16+36 = 52 \in \mathbb{N}$.

$A_4 = (2+\sqrt{3})^4 + (2-\sqrt{3})^4$

$= 16+32\sqrt{3}+24\sqrt{3}^2+8\sqrt{3}^3+\sqrt{3}^4$

$+ 16-32\sqrt{3}+24\sqrt{3}^2-8\sqrt{3}^3+\sqrt{3}^4$

$= 32+24\times 6+18 = 194 \in \mathbb{N}$.

2. $(2+\sqrt{3})^n = 2^n + \binom{n}{1}2^{n-1}\times\sqrt{3}+\cdots+\binom{n}{p}2^{n-p}\times\sqrt{3}^p+\cdots+\sqrt{3}^n$;

$(2-\sqrt{3})^n = 2^n - \binom{n}{1}2^{n-1}\times\sqrt{3}+\cdots+(-1)^p\binom{n}{p}2^{n-p}\times\sqrt{3}^p$

$+\cdots+(-1)^n\sqrt{3}^n$.

Si p est impair, $(-1)^p = -1$ et les termes s'annulent.

Si p est pair, la somme est $2\binom{n}{p}\times 2^{n-p}\times\sqrt{3}^p$ et $\sqrt{3}^p$ est un entier. Donc $A_n \in \mathbb{N}$.

49 **1. a)** $f(x) = 1+\binom{n}{1}x+\binom{n}{2}x^2+\cdots+\binom{n}{p}x^p+\cdots+\binom{n}{n}x^n$.

b) $f'(x) = \binom{n}{1}+2\binom{n}{2}x+\cdots+p\binom{n}{p}x^{p-1}+\cdots+n\binom{n}{n}x^{n-1}$, d'où :

$n(1+x)^{n-1} = \binom{n}{1}+2\binom{n}{2}x+3\binom{n}{3}x^3+\cdots+n\binom{n}{n}x^{n-1}$.

2. Avec $x=1$, $\binom{n}{1}+2\binom{n}{2}+\cdots+p\binom{n}{p}+\cdots+n\binom{n}{n} = n2^{n-1}$.

50 • Le terme en x^n de $(1+x)^{2n}$ a pour coefficient $\binom{2n}{n}$.

• Si on écrit $(1+x)^{2n} = (1+x)^n(1+x)^n$, le coefficient du terme en x^n de ce produit est :

$$\binom{n}{0}\binom{n}{n}+\binom{n}{1}\binom{n}{n-1}+\cdots+\binom{n}{p}\binom{n}{n-p}+\cdots+\binom{n}{n}\binom{n}{0}.$$

Or, $\binom{n}{n-p} = \binom{n}{p}$ pour $p = 0, \ldots, n$; d'où :

$$\binom{n}{0}^2+\binom{n}{1}^2+\cdots+\binom{n}{p}^2+\cdots+\binom{n}{n}^2 = \binom{2n}{n}.$$

51 **1.** $\binom{2n}{n}$.

2. $\binom{n}{p}\times\binom{n}{n-p}$; or, $\binom{n}{n-p} = \binom{n}{p}$, donc $\binom{n}{p}^2$ résultats contiennent exactement p boules blanches.

3. La somme : $\underbrace{\binom{n}{0}^2}_{\text{0 boule blanche}}+\underbrace{\binom{n}{1}^2}_{\text{1 boule blanche}}+\cdots+\underbrace{\binom{n}{n}^2}_{n \text{ boules blanches}}$

est égale au nombre de façons de choisir n boules parmi $2n$.

D'où $\binom{n}{0}^2+\binom{n}{1}^2+\cdots+\binom{n}{n}^2 = \binom{2n}{n}$.

52 **1.** $\binom{n}{p}$ comités.

2. a) $\binom{n-2}{p-2}$; **b)** $\binom{n-2}{p}$; **c)** $\binom{n-2}{p-1}$; **d)** $\binom{n-2}{p-1}$.

3. Les comités des questions **2. a)**, **b)**, **c)**, **d)**, forment une partition de l'ensemble des comités.

Donc $\binom{n}{p} = \binom{n-2}{p} + 2\binom{n-2}{p-1} + \binom{n-2}{p-2}$.

53 La formule résulte de l'inversion des choix :

– soit on choisit p parmi n, puis q parmi p, et enfin r parmi q ;

– soit r parmi n, puis $q-r$ parmi $n-r$, et enfin $p-q$ parmi $n-q$.

54 **Partie A**

$\binom{4}{2} = 6$ chemins ; cela revient à choisir deux fois le vecteur $\vec{i}$ dans quatre cases.

Partie B

1. $\binom{8}{4} = 70$.

2. $\binom{4}{2} = 6$ chemins de A à O, puis 6 chemins de O à B, donc 36 des chemins de A à B passent par O.

3. De A à P, $\binom{3}{1} = 3$ chemins ; de P à B, $\binom{5}{3} = 10$ chemins. Donc 30 des chemins de A à B passent par P.

55 **1. a)** $\binom{n}{0} = 1 = \binom{n}{n}$; $\binom{n}{1} = n = \binom{n}{n-1}$; donc :

$$u_n = \frac{1}{\binom{n}{0}}+\frac{1}{\binom{n}{1}}+\sum_{k=2}^{n-2}\frac{1}{\binom{n}{k}}+\frac{1}{\binom{n}{n-1}}+\frac{1}{\binom{n}{n}} = 2+\frac{2}{n}+\sum_{k=2}^{n-2}\frac{1}{\binom{n}{k}}.$$

b) La ligne n du triangle de Pascal donne :

k	0	1	2	…	$n-2$	$n-1$	n
$\binom{n}{k}$	1	n	$\frac{n(n-1)}{2}$	…	$\frac{n(n-1)}{2}$	n	1

En utilisant $\binom{n}{k} = \frac{n-k+1}{k}\binom{n}{k}$, on prouve la croissance de $\binom{n}{k}$ quand k reste inférieur à $\frac{n}{2}$; la formule $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ achève la démonstration ; donc $\binom{n}{k} \geqslant \frac{n(n-1)}{2}$.

2. Donc $2 \leqslant u_n \leqslant 2+\frac{2}{n}+\frac{2(n-4)}{n(n-1)}$. Le théorème dit des « gendarmes » permet de conclure $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$.

Vrai ou faux ?

56 **Vrai :** 10^{14} = 100 mille milliards.

57 **Faux :** $4\times\binom{31}{2} \neq \binom{32}{3}-\binom{4}{3}$.

58 **Vrai :** les 0 à la fin de 2 206! proviennent de la présence de 5 et de ses puissances dans les facteurs multipliés par des nombres pairs. Il faut donc dénombrer les facteurs multiples de 5, 5^2, …

59 **Vrai :** la réponse est $\frac{6!}{2} = 360$.

60 **Vrai :** 15 contre 13.

56 **Faux :** 4! seulement.